电力系统状态估计中杠杆量测的特性及检测方法综述

徐秀之[1]，龚成明[2]，李雷[2]，邹德虎[2]

1 国网电力科学研究院，江苏 南京 210003；

2 国电南瑞科技股份有限公司，江苏 南京 210061

A Review of Properties and Detection of Leverage Measurements in Power System State Estimation

Xu Xiuzhi[1] , Gong Chengming[2] , Li Lei[2] , Zou Dehu[2]

1 State Grid Electric Power Research Institute, Nanjing, China 210003

2 NARI Technology Development Co. Ltd., Nanjing, China 210061

ABSTRACT：It is difficult for conventional state estimation methods to resist the distortions of the gross errors in leverage measurements to the estimation results if there exist some leverage points in the power system. Therefore detecting the leverage measurements and taking action on them is necessary. This paper introduces the concept of leverage measurements in power system state estimation, discusses the properties of leverage measurements and reviews several common methods to detect leverage measurements.

KEY WORD：State Estimation; Outlier; Leverage Measurements

摘要：电力系统状态估计中如果存在较多杠杆量测，传统状态估计方法很难抵御杠杆量测中的粗差对状态估计结果的扭曲，因此需要检测出杠杆量测并采取措施。本文介绍了电力系统状态估计中杠杆量测的概念，对杠杆量测的特性进行了论述，综述了几种常见的检测杠杆量测的方法。

关键词：状态估计；离群值；杠杆量测

1 引言

状态估计的基本原理是利用实时量测系统的冗余度提高数据精度，自动排除随机干扰所引起的错误信息，估计或预报系统的运行状态[1]。它是电力系统能量管理系统(EMS, Energy Management System)的重要组成部分，是电力系统在线安全分析的核心。

传统的加权最小二乘(WLS, Weighted Least Square)估计器具有方差最小且无偏的估计特性，其数学模型简洁，计算方法简单[2]。但是它不具备处理粗差（坏数据）的能力，量测中的粗差会严重扭曲WLS估计器的估计结果。因此在实际应用中通常会在WLS算法的基础上加上坏数据检测与辨识的环节来过滤粗差对状态估计结果的影响。另外为了适应粗差处理的需要发展出了抗差估计理论和方法[3]，其可定义为既能抵制量测中随机观测扰动又能抗御可能出现的粗差的估计方法，基本的抗差估计器为非二次准则估计器，如加权最小绝对值(WLAV, Weighted Least Absolute Value)估计器等。

然而，值得注意的是，WLS 估计器的坏数据检测与辨识是基于对量测残差的分析，普通的抗差算法也是通过对量测残差的处理来达到过滤粗差的目的。如果一个量测的残差特性不同于正常的量测，势必会使 WLS 估计器的坏数据检测与辨识能力或抗差估计器的抗差能力受到影响。电力系统中经常

出现的杠杆量测的残差特性会对 WLS 估计器的坏数据检测与辨识造成干扰，很可能会导致错误的粗差定位。

本文介绍了杠杆量测的相关概念及其特性，概述了几种检测杠杆量测的方法，并提出了几种针对杠杆量测的处理方法。

2 杠杆量测点的相关概念

2.1 因子空间

考虑下述的线性化量测模型：

$$z = H \cdot x + e \tag{1}$$

式中，z 是量测向量，x 是待求解的状态量，H 是 $m \times n$ 的雅克比矩阵，e 是服从期望为零的正态分布的随机误差。用行向量 H_i 表示 H 矩阵的第 i 行，(z_i, H_i) 可以表征对应量测与状态量之间的联系。对于 $m \times n$ 维的 H 矩阵共有 m 个 H_i，将每个 H_i 的元素对应为一个 n 维空间的坐标，则它们全部坐落在这个 n 维空间中，称这些坐标为对应量测的因子，这个 n 维空间就是回归分析的因子空间[4]。

2.2 坏数据与离群值

在状态估计的研究中经常会提及坏数据和离群值[5]。离群值指在数据中有一个或几个数值与其他数值相比差异较大。坏数据通常指某个带有粗差的量测，即对应的 (z_i, H_i) 中的 z_i 含有粗差，此种情况下这个量测本身偏离了它在量测集中的期望位置，并且在回归分析中它也会偏离其他的量测，因此在量测集中它是一个离群值。而有些量测因为特殊的量测配置和网络结构导致其因子与其他量测的因子差异较大，即使本身不含粗差，但在因子空间中会表现为离群值，这些离群值在状态估计中会比较难以处理。

2.3 杠杆量测

离群值可以在量测所对应的“z”轴上，也可以在对应的因子空间中。离群值出现在z轴方向实质上就是前面所说的坏数据，这样的离群值通常可以通过传统状态估计的坏数据检测和辨识的方法去处理。如果离群值出现在因子空间中，则 H 矩阵中的对应行 H_i 的因子将偏离其他行的因子，其对应的量测 z_i 将会对状态估计的结果有很大的影响，这样的量测成为回归分析中的杠杆点，称为杠杆量测[6]。

3 杠杆量测的特性

考虑简化的线性回归模型：

$$\tilde{z} = \tilde{H} \cdot x + \tilde{e} \tag{2}$$

其中随机误差 $\tilde{e}$ 的期望为零，协方差矩阵为对角阵 R。

令 $z = R^{-1/2} \cdot \tilde{z}$，$H = R^{-1/2} \cdot \tilde{H}$，$e = R^{-1/2} \cdot \tilde{e}$，可以得到：

$$z = H \cdot x + e \tag{3}$$

其中标准化之后的随机误差的协方差矩阵为单位阵。可以得到状态向量 x 的最小二乘法解：

$$\hat{x} = (H^T H)^{-1} H^T z \tag{4}$$

(4)式代入(3)式可以得到量测估计向量：

$$\begin{aligned} \hat{z} &= H(H^T H)^{-1} H^T z \\ &= K \cdot z \end{aligned} \tag{5}$$

其中 K 矩阵称为帽子矩阵，它建立了量测估计值与量测值之间的联系。

由(5)式可得：

$$\begin{aligned} K_{ii} &= H_i (H^T H)^{-1} H_i^T \\ &= K_{ii}^2 + \sum_{i \neq j} K_{ij}^2 \end{aligned} \tag{6}$$

显然 $0 \le K_{ii} \le 1$，K_{ii} 的大小表征了第 i 个量测值自身对其估计值的影响大小。从量测空间的几何学角度来看，K_{ii} 可以近似表征量测 i 的因子和其他 $(m-1)$ 个因子组成的“因子簇”之间的距离。如果 K_{ii} 接近于 1，说明量测 i 在因子空间中距离其他量测的因子较远，表现为离群值，几乎可以确定这个量测是杠杆量测。

量测残差也可以用含帽子矩阵的元素组成的等式来表示：

$$r = z - \hat{z} = z - K \cdot z = (I_m - K) \cdot z \tag{7}$$

由(7)式可以看出，即使杠杆量测中含有粗差，由于 $(I_m - K)$ 的对角元很小，它的残差也会很小，这种情况下，基于残差的坏数据检测与辨识和一般的抗差算法的性能就会遇到严峻的挑战。

杠杆量测可能单独出现，也可能成群出现，电力系统状态估计中杠杆量测出现可能与低量测冗余度有关。下列几种情况也可能会导致杠杆量测的出现：

- 连接大量支路的母线上的功率注入量测；
- 同时连接阻抗值差别较大支路的母线上的功率注入量测；
- 阻抗值与系统中其他支路阻抗差别较大的支路上的功率量测；
- 某个量测的权重十分大。

上述几种量测如果成为杠杆量测会对雅克比矩阵的数值结构产生影响。杠杆量测对应的雅克比矩阵行向量与其他行相比有数值相差很大的非零元。

4 杠杆量测的检测方法

一旦杠杆量测是坏数据，传统的状态估计算法得到的估计结果会被严重扭曲。因此，检测出量测中的杠杆点，对其作相应处理，削弱或消除它对状态估计结果的影响十分重要。通常有如下几种检测杠杆量测的方法[5]。

4.1 K_{ii} 检测法

对帽子矩阵进行分析，它的迹为：

$$\begin{aligned} tr[K] &= tr[H(H^T H)^{-1} H^T] \\ &= tr[(H^T H)^{-1} H^T H] \\ &= tr[I_n] = n \end{aligned} \tag{8}$$

根据(8)式可以得到帽子矩阵对角元的期望：

$$E[K_{ii}] = \bar{k} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} K_{ii} = \frac{n}{m} \tag{9}$$

如果帽子矩阵有对角元的值远大于$\bar{k}$，就可以认为该对角元对应的量测为杠杆量测。通常按照以下判据来判断：

如果 $K_{ii} \geq 2\frac{n}{m}$ ，则判定量测 i 是杠杆量测。

4.2 MD_i 检测法

假设雅克比矩阵的各行 H_i 服从多维正态分布，可以求得它的样本期望和方差：

$$\bar{h} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} H_i \tag{10}$$

$$\bar{C} = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(H_i - \bar{h})^T (H_i - \bar{h}) \tag{11}$$

定义量测 i 的马氏距离 (MD, Mahalanobis Distance)

$$MD_i = \sqrt{(H_i - \bar{h})\bar{C}^{-1}(H_i - \bar{h})^T} \tag{12}$$

马氏距离可以表征行向量 H_i 与雅克比矩阵其他行向量的“坐标云”之间的距离，通过检视马氏距离可以判断是否存在因子空间中的离群值，进而判断对应的量测是否为杠杆量测。之前我们假设雅克比矩阵的各行 H_i 服从多维正态分布，则 MD_i^2 服从自由度为 n 的 χ^2 分布， n 为 H_i 的维度：

$$MD_i^2 \sim \chi_n^2$$

设置一个弃真概率 α ，通常可取 $\alpha = 0.025$ ，则：

如果 $MD_i^2 > \chi_{n,0.975}^2$，则判定量测 i 是杠杆量测。

有学者指出 MD_i^2 与 K_{ii} 在数值上存在关联[8]：如果回归模型截距不为 0，则 $K_{ii} = MD_i^2/(m-1) + 1/m$ ，如果截距为 0，则 $K_{ii} = MD_i^2/\mathrm{m}$。电力系统状态估计的量测方程截距为 0，所以有： $K_{ii} = MD_i^2/m$。

4.3 PS_i 检测法

当杠杆点成簇出现时，前面两种检测方法可能会失去效果，因此有学者提出了一种抗差性更强的评估量测杠杆效应的方法——投影统计法[8]。定义量测 i 的投影统计量 (PS, Projection Statistics)

$$PS_i = \max_{H_k} \frac{|H_i^T \cdot H_k|}{\beta_k} \quad k = 1, 2, \ldots, \mathrm{m} \tag{13}$$

其中：

$$\beta_k = \gamma \cdot lomed_i \{lomed_{j \neq i} \{| H_i^T H_k + H_j^T H_k |\}\}$$

$$1 \le i, j, k \le m$$

$lomed\{x\}$ 为数列 x 的低中位数；

$\gamma = 1.1926$ 。

投影统计量近似服从 χ^2 分布，且 χ^2 分布的自由度等于对应的雅克比矩阵行向量的非零元个数。假设行向量 H_i 中有 k 个非零元，则：

如果 $PS_i > \chi^2_{k,0.975}$，则判定量测 i 为杠杆量测。

5 结语

电力系统中存在较多杠杆量测，包括与短线路等小阻抗支路相关的线路潮流和节点注入及连有较多支路的节点的注入[1]。为了提高状态估计的精度，抵御杠杆量测中的粗差对状态估计结果的扭曲，检测杠杆量测并针对它们改进算法和量测配置是状态估计研究中非常有意义的工作。

目前针对电力系统中的杠杆量测可供选择的处理方法有：

采用广义 M 估计算法，即 GM 估计[7]。GM 估计增加了系统结构空间信息，具有一定的结构抗差能力。其中 $SHGM$ 估计法比较典型[8]，它用投影统计量 PS_i 区分杠杆量测，限制坏杠杆量测的影响却不降低好杠杆量测权重，可以对杠杆量测中的粗差有较好的抑制效果；

在不影响系统可观测性，保证量测冗余度的前提下将一些杠杆量测从量测集中移去，避免杠杆量测中可能出现的粗差严重影响状态估计的结果。

总的看来，针对杠杆量测还有很多问题值得进一步研究，主要有：

进一步研究杠杆量测的数学特性，从根源上寻求解决问题的方法；

提出更有效的结构抗差估计算法，兼顾抗差性、准确性、计算效率等方面，实现有效的结构抗差估计算法在实际系统中的应用。

致谢

在撰写论文的过程中，国电南瑞电网调控技术分公司的各位领导、老师和同事给予作者各个方面的大力支持，在此对公司各位领导、老师和同事的悉心关怀表示衷心的感谢！

参考文献

[1] 亓俊健,何光宇,梅生伟 等. 电力系统抗差状态估计研究综述[J] . 电工电能新技术. July 2011 . Vol. 30, No. 3.

[2] 于尔铿. 电力系统状态估计[M].北京:水利水电出版社,1985.

[3] P J Huber. Robust estimation of a location parameter[J]. Annals of mathematical statistic ,1964, 35(1): 73-101.

[4] L. Mili , M.G. Cheniae , P.J. Rousseeuw. Robust state estimation of electric power systems [J] . IEEE Trans. on Circuits and Systems I : Fundamental Theory and Applications , 1994 ,41 (5) :349-358.

[5] Ali Abur, Antonio Gómez Expósito. Power system state estimation[M].Marcel Dekker, INC.2004

[6] Merrill H.M. and Schweppe F.C. Bad data suppression in power system static state estimation. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol.PAS-90, pp. 2718-2725, 1971.

[7] E.Handschin, F.C. Schweppe, J. Kohlas and A. Fiechter. Bad data analysis for power system state estimation. IEEE Trans. on Apparatus and Systems, Vol.PAS-94, No. 2, pp.329-337, 1975.

[8] Mili L., Cheniae M.G., Vichare N.S and Rousseeuw P.J., Robust State Estimation Based on Projection Statistics. IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 11, No. 2, May 1996, pp.1118-1127

作者简介：

徐秀之，1991 年生，男，安徽桐城人，硕士研究生，研究方向为电力系统及其自动化。

龚成明，1977 年生，男，江苏响水人，硕士，高级工程师，从事电网调度自动化系统的研发和产业化工作。

李雷，1978 年生，男，安徽淮南人，硕士，高级工程师，研究方向为 EMS 网络分析。

邹德虎，1986 年生，男，安徽肥东人，硕士，工程师，研究方向为电力系统自动化、分析与控制。